ຫົວບົດສອບເສັງທຶນການສຶກສາລັດຖະບານຍີ່ປຸ່ນ (MEXT)

ສົກຮຽນປີ 2019

ຄໍາຖາມສອບເສັງ

ລະດັບ ປະລິນຍາຕີ

ວິຊາຄະນິດສາດ (A)

ໝາຍເຫດ: ເວລາ **60 ນາທີ**

ວິຊາຄະນິດສາດ (A) (2019)

ສັນຊາດ		ເລກທີ	
ຊື່	(ຂຽນຊື່ແທ້ ແລະ ນາມສະກຸນ, ຂີດກ້ອງນາມສະກຸນ)		

ຄະແນນ	

1. ຈົ່ງຕອບຄຳຖາມຕໍ່ໄປນີ້ ແລ້ວຕື່ມຄຳຕອບໃສ່ຫ້ອງຫວ່າງດັ່ງກ່າວໃນເຈ້ຍຄຳຕອບ.

(1) ໃຫ້ເມັດ P ຍ້າຍຕາມເສັ້ນຊື່ໜຶ່ງ ໂດຍອີງຕາມຕົວເລກຂອງໜ້າທີ່ອອກຂອງລູກເຕົ໋າທີ່ໂຍນຕາມກະຕິກາດັ່ງລຸ່ມນີ້. ເມັດ P ເລີ່ມຈາກເມັດເຄົ້າ O.

- ຖ້າຕົວເລກຂອງໜ້າທີ່ອອກແມ່ນເທົ່າກັບ 6 ແລ້ວເມັດ P ແມ່ນກັບຄືນໄປຫາເມັດເຄົ້າ O.
- ຖ້າຕົວເລກຂອງໜ້າທີ່ອອກແມ່ນເທົ່າກັບ $1, 2$ ຫຼື 3 ແລ້ວເມັດ P ຍ້າຍ 1 ຫົວໜ່ວຍຕາມທິດບວກ.
- ຖ້າຕົວເລກຂອງໜ້າທີ່ອອກແມ່ນເທົ່າກັບ 4 ຫຼື 5 ແລ້ວເມັດ P ຍ້າຍ 1 ຫົວໜ່ວຍຕາມທິດລົບ.

ເມື່ອເຮົາໂຍນລູກເຕົ໋າສີ່ເທື່ອ, ຖາມວ່າ ຄ່າກະຕວງທີ່ວ່າເມັດ P ຈະຕັ້ງຢູ່ເມັດເຄົ້າ O ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-1]}$.

(2) ສຳລັບຈຳນວນຄົງຄ່າ k, ພິຈາລະນາຈຳນວນຂອງໃຈຜົນຈິງທີ່ແຕກຕ່າງກັນຂອງສົມຜົນ $x|x^2 - 3x + 2| = k$. ເຂດຄ່າຂອງ k ທີ່ຈຳນວນຂອງໃຈຜົນຈິງມີຈຳນວນຫຼາຍສຸດ ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-2]} < k < \boxed{[1-3]}$ ແລະ ຈຳນວນຂອງໃຈຜົນຈິງທີ່ຫຼາຍທີ່ສຸດ ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-4]}$.

(3) ກຳນົດໃຫ້ $0 < \theta < \pi$. ສຳລັບສາມເມັດ $A(1;0), B(\cos\theta\,;\sin\theta)$ ແລະ $C(\cos 2\theta\,;\sin 2\theta)$ ຢູ່ເທິງວົງມົນຫົວໜ່ວຍ, ເນື້ອທີ່ຂອງ ΔABC ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-5]}$ ໂດຍຂຽນຕາມ θ.
ເມື່ອ $\theta = \boxed{[1-6]}$, ເນື້ອທີ່ໃຫ່ຍສຸດຂອງ ΔABC ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-7]}$.

(4) ໃຫ້ k ເປັນຈຳນວນຖ້ວນບວກ ແລະ p ເປັນຈຳນວນມູນທີ່ໃຫ່ຍກວ່າ 2. ຜົນບວກຂອງທຸກໆອຸປະຄູນຂອງ $2^k p$ ແມ່ນເທົ່າກັບ

$$\left(\boxed{[1-8]} - 1\right)\left(1 + \boxed{[1-9]}\right),$$

ເມື່ອທຸກໆອຸປະຄູນແມ່ນລວມມີທັງ 1 ແລະ ຕົວມັນເອງ.

(5) ໃນກັບໜຶ່ງ, ມີໄພ້ຢູ່ 10 ໃບ ແລະ ຕົວເລກແຕ່ 1 ຫາ 10 ແມ່ນຂຽນກຳກັບໄວ້ໃສ່ໄພ້ແຕ່ລະໃບ. ເມື່ອສຸ່ມຈົກໄພ້ສາມໃບເທື່ອລະໃບຈາກກັບດັ່ງກ່າວ, ກຳນົດໃຫ້ X, Y ແລະ Z ເປັນຕົວເລກທີ່ລຽງກັນແຕ່ໜ້ອຍຫາຫຼາຍ. ຄ່າກະຕວງທີ່ວ່າ X ມີຄ່າໜ້ອຍກວ່າ ຫຼື ເທົ່າກັບ 3 ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-10]}$.

(6) ພົດທີ n ຂອງອັນດັບ 1,4,10,19,31, ... ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-11]}$ ແລະ ຜົນບວກຂອງ n ພົດທຳອິດຂອງອັນດັບດັ່ງກ່າວ ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-12]}$.

(7) ໃຫ້ a ແລະ b ເປັນຈຳນວນຈິງບວກ.

$$\frac{4a+b}{2a}+\frac{4a-3b}{b}$$

ມີຄ່າໜ້ອຍສຸດເມື່ອ $b = \boxed{[1-13]}a$. ຄ່າໜ້ອຍສຸດດັ່ງກ່າວແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-14]}$.

(8) ສຳລັບຕົວປ່ຽນ x, ເຮົາມີ

$$(n+1)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\boxed{[1-15]}^{\boxed{[1-16]}}.$$

ຈາກນັ້ນເຮົາໄດ້

$$\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}2^k = \boxed{[1-17]}^{\boxed{[1-18]}}.$$

ໂດຍການພິຈາລະນາຜົນຕຳລາຂອງສະເໝີຜົນທຳອິດໃນສຳນວນນີ້ ໂດຍຂຽນຕາມ x,
ເຮົາມີ

$$\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}k\,2^k = \frac{\boxed{[1-19]}}{\boxed{[1-20]}}\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}2^k.$$

(9) ສຳລັບຈຳນວນຖ້ວນບວກ n, ໃຫ້ x_k ເປັນຈຳນວນຖ້ວນລະຫວ່າງ 0 ແລະ 5.
ເຮົາມີ

$$\sum_{k=0}^{n}x_k\,6^k = \boxed{[1-21]} + \boxed{[1-22]}\left(\sum_{k=1}^{n}x_k\sum_{l=0}^{k-1}6^l\right)$$

ທີ່ວ່າເລກຖານ 6 ແມ່ນສາມາດຫານໃຫ້ $\boxed{[1-22]}$ ໂດຍບໍ່ມີຕົວເສດ ຖ້າຫາກວ່າຜົນບວກຂອງທຸກໆຕົວເລກແມ່ນສາມາດຫານໃຫ້ $\boxed{[1-23]}$ ໂດຍທີ່ບໍ່ມີຕົວເສດ.

(10) ເປັນທີ່ແນ່ນອນແລ້ວວ່າ $253x + 256y = 253(x+y) + 3y$. ສໍາລັບຄູ່ຂອງຈໍານວນຖ້ວນ x ແລະ y ທີ່ຕອບສະໜອງ

$$253x + 256y = 1,$$

ໄດ້ວ່າຄ່າສໍາບູນຂອງ x ແມ່ນມີຄ່າໜ້ອຍສຸດ. ສະນັ້ນ, $x = \boxed{[1-24]}$ ແລະ $y = \boxed{[1-25]}$.

(11) ຍ້າຍເສັ້ນສະແດງຂອງຕໍາລາ $y = 2x^2 + 3x + 1$ ໄປ 2 ຫົວໜ່ວຍຕາມລວງ x ແລະ ໄປ -3 ຫົວໜ່ວຍຕາມລວງ y ແລ້ວຂຽນເສັ້ນສະແດງທີ່ໄດ້ຮັບຄື:

$$y = a_2x^2 + a_1x + a_0.$$

ສະນັ້ນ, ເຮົາມີ $a_2 = \boxed{[1-26]}$, $a_1 = \boxed{[1-27]}$, $a_0 = \boxed{[1-28]}$.

2. ສໍາລັບຮູບສາມແຈ ABC, ວາງເມັດ D ຢູ່ເທິງຂ້າງ AB ເຊິ່ງວ່າ ຂ້າງ CD ແມ່ນຕັ້ງສາກກັບຂ້າງ AB. ວາງໃຫ້ $\angle BAC = \frac{\pi}{12}$ ແລະ ລວງຍາວຂອງຂ້າງ AB ແລະ ຂ້າງ AD ແມ່ນເທົ່າກັບ $2\sqrt{2}$ ແລະ $\sqrt{6}$ ຕາມລໍາດັບ. ຈົ່ງຕອບຄໍາຖາມຕໍ່ໄປນີ້ໃສ່ໃນຫ້ອງຫວ່າງທີ່ເໝາະສົມໃນເຈ້ຍຄໍາຕອບ. ຄວນຂຽນຄໍາຕອບໃຫ້ເປັນເລກຊຸດເຈນທີ່ສຸດເທົ່າທີ່ເປັນໄປໄດ້.

(1) ຈາກ $\pi/12 = \pi/3 - \pi/4$, ເຮົາມີ

$$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\boxed{[2-1]}+\sqrt{2}}{4}.$$

(2) ລວງຍາວຂອງຂ້າງ AC ແມ່ນເທົ່າກັບ

$$\boxed{[2-2]} - 2\sqrt{3}.$$

(3) ກໍາລັງສອງຂອງຂ້າງ BC, $(BC)^2$ ແມ່ນເທົ່າກັບ

$$\boxed{[2-3]} - 32\sqrt{3}.$$

(4) ສະນັ້ນ, ລວງຍາວຂອງຂ້າງ BC ແມ່ນເທົ່າກັບ

$$\boxed{[2-4]} - 2\sqrt{6}.$$

3. ສຳລັບຕຳລາຂັ້ນສອງ $f(x)$, ກຳນົດຕຳລາດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້:

$$F(x) = \int_{0}^{x} f(t)dt.$$

ກຳນົດໃຫ້ a ເປັນຈຳນວນບວກ ແລະ ຕຳລາ $F(x)$ ມີຄ່າໜ້ອຍສຸດ ແລະ ຄ່າຫຼາຍສຸດຢູ່ທີ່ $x = -2a; 2a$ ຕາມລຳດັບ. ຈົ່ງຕອບຄຳຖາມຕໍ່ໄປນີ້ໃສ່ໃນຫ້ອງຫວ່າງທີ່ເໝາະສົມໃນເຈ້ຍຄຳຕອບ.

(1) ສຳລັບ x ໃດໜຶ່ງ, ເຮັດໃຫ້ສຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ຖືກຕ້ອງ

$$F(-x) = \boxed{[3-1]}F(x).$$

(2) ທຸກໆຄ່າຂອງ x ທີ່ຕອບສະໜອງ $F(x) + F(2a) = 0$ ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[3-2]}$.

(3) ຄ່າໃຫ່ຍສຸດທຽບຖານ (local maximum value) ຂອງຕຳລາ $\frac{F(x)}{F\prime(0)}$ ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[3-3]}$.